



# Cahiers du LASER

n°005-01-02

## **Effets d'efficience et de remplacement du monopole : le cas des ressources non renouvelables**

*Jean-Christophe Poudou\**

\* Université Montpellier 1, LASER-CREDEN

***Laboratoire de Sciences Economiques de Richter***

UNIVERSITE DE MONTPELLIER I - Faculté des Sciences Economiques,  
Espace Richter - Avenue de la mer, B.P. 9606 - 34 060 Montpellier Cedex, France

Tel : (33) 04 67 15 84 50 Fax : (33) 04 67 15 83 61

E-mail : [prandini@sceco.univ-montp1.fr](mailto:prandini@sceco.univ-montp1.fr) Web : <http://www.sceco.univ-montp1.fr>

# Effet d'efficience et de remplacement du monopole : le cas des ressources non renouvelables

Jean-Christophe Poudou\*

15 mars 2002

## Résumé

Selon Arrow, face à une innovation de procédé (réductrice de coût unitaire) une firme monopolistique subit l'effet de remplacement à savoir que la valeur qu'elle lui accorde est sous optimale et inférieure à la valeur de compétition technologique du brevet qui lui correspond. Nous transposons cette problématique dans le cadre d'une économie d'une ressource non renouvelable (principalement naturelle). En considérant les incitations à innover immédiatement, on peut alors montrer que le résultat de sub-optimalité du monopole n'est pas toujours vérifié et parfois même se renverse : en dehors de toute considération stratégique, le monopole minier présente en fait une propension à ne pas "s'endormir sur ses lauriers" lorsque la demande au marché de la ressource présente une élasticité "fortement" croissante. Une autre question discutée dans ce papier concerne l'évolution temporelle de ces incitations à innover. Il est alors possible de retrouver l'essence du résultat précédent. De manière dynamique, l'incitation du monopole à innover actualisée en date courante n'est pas toujours plus faible que celle socialement optimale. Ce phénomène est dû à la différence de gestion des ressources avant l'adoption de l'innovation.

## 1 Introduction

La mise à jour par K.J. Arrow [2] de l'effet de remplacement du monopole est un des résultats pionniers de l'analyse de l'organisation industrielle de l'innovation. Selon cette analyse, qualifiée aussi de géométrique [6], la valeur monopolistique d'une innovation réductrice de coût unitaire est 1) sous optimale et 2) inférieure à la valeur de compétition technologique du brevet qui lui correspond.

Nous nous proposons de conduire une réflexion sur la transposition de la problématique "incitation à innover-structure de marché" dans le cadre d'une économie d'une ressource non renouvelable (principalement naturelle). L'idée est de repositionner le résultat sur l'effet de remplacement du monopole à l'innovation de K.J. Arrow [2] dans un contexte où le produit final écoulé sur le marché est soumis à une contrainte d'épuisabilité naturelle.

---

\*LASER-CREDEN, Université Montpellier I, UFR Sciences Economiques, Espace Richter, Avenue de la Mer, BP 9606, 34054 Montpellier cedex 1, France. Tel +33 (0)4 67 15 84 05, E-mail : jcpoudou@sceco.univ-montpl.fr

Nous supposons que l'innovation correspond à une invention de procédé (en exploration-production par exemple) et qu'elle est alors orientée dans le sens d'une réduction des coûts unitaires d'extraction. De plus nous nous situons en premier lieu dans le cadre d'un brevet de durée infinie (appropriabilité parfaite).

La problématique traditionnelle se modifie alors selon plusieurs angles :

1) tout d'abord quelle que soit la structure du marché, l'incitation à innover s'organise différemment du fait de l'épuisabilité des réserves *in situ* (la ressource en terre par exemple). La trajectoire optimale de production, ou encore d'extraction, est non stationnaire dans le temps et une marge non constante apparaît du fait des arbitrages intertemporels (dits de Hotelling),

2) le "timing" de l'innovation est naturellement dynamique du fait de la gestion intertemporelle des réserves. Quelle que soit la structure du marché de la ressource, l'incitation à innover (actualisée) évolue au cours du temps. Cette évolution est calée sur la trajectoire des réserves *in situ* qui guide les perspectives de profits (ou de surplus) futurs,

3) la compétition potentielle, qui dans la problématique traditionnelle affaiblit l'effet de remplacement du monopole "en place" au profit d'un effet d'efficacité (cf.[8], [17]), ne pourra s'exprimer que selon un certain degré de virulence relié à :

a) l'existence d'une technologie de substitution (ou *backstop technology*) qui permet une innovation de produit parfaitement substituable<sup>1</sup> ou

b) la détention de droits de propriété (ou de jouissance) sur des gisements de ressource minière dont la taille initiale est *a priori* différente de celle du monopole.

En considérant les incitations à innover totales actualisées évaluées à partir de la date initiale, on peut alors montrer que le résultat de sub-optimalité du monopole n'est pas toujours vérifié et parfois même se renverse : en dehors de toute considération stratégique, le monopole minier (exploitant la ressource non renouvelable) fait montre d'une incitation à innover plus importante que la situation socialement optimale, ceci pour un certain degré d'élasticité de la demande. Le monopole minier présente en fait une propension à ne pas "s'endormir sur ses lauriers" lorsque la demande au marché de la ressource présente une élasticité "fortement" croissante.

Une autre question discutée dans ce papier concerne l'évolution temporelle de ces incitations à innover. Il est alors possible de retrouver l'essence du résultat précédent. De manière dynamique, l'incitation du monopole à innover actualisée en date courante n'est pas toujours plus faible que celle socialement optimale. Ce phénomène est dû à la différence de gestion des ressources avant l'adoption de l'innovation.

Notre article est organisé de la manière suivante. En section 2, nous dérivons les incitations à innover immédiatement une technologie réductrice de coût unitaire pour les industries minières monopolistique et socialement optimale. Nous traitons aussi le problème des différences des trajectoires d'extraction entre les deux structures. Dans la section 3, nous effectuons la comparaison des ces incitations à l'aune de la sensibilité de l'élasticité de la demande pour la ressource épuisable. Nous reprenons cette comparaison dans une perspective dynamique d'innovation en section 4. Des commentaires sur le cas pétrolier sont finalement donnés conclusion.

---

<sup>1</sup>Cette problématique a largement été approfondie depuis ([4], [12], [15], [10]).

## 2 Incitations à innover et trajectoires de production

Nous considérons un marché d'une unique ressource non renouvelable au sein duquel la demande est donnée par la relation inverse  $p(q)$ , où  $q$  est l'offre de ressource. La demande est normale ( $p'(q) < 0$ ) avec l'hypothèse  $\lim_{q \rightarrow 0} p(q) > \bar{c}$ .

Nous allons ici tenter de mettre à jour les différences de comportements de R&D entre les firmes minières concurrentielles (capables de décentraliser l'optimum social) et le monopole. Nous supposons que dans les deux structures de marché, l'horizon est *a priori* infini. Nous envisageons la potentialité d'une activité de R&D dont le résultat est déterministe, à savoir la réduction du coût unitaire d'extraction au préalable fixé à  $\bar{c}$ , vers un niveau donné  $\underline{c} < \bar{c}$ . Nous montrons alors que le résultat classique de K.J. Arrow [2], stipulant que dans le cadre de biens reproductibles, le monopole à toujours une incitation à innover (une invention réductrice de coût) inférieure à celle d'une économie concurrentielle, n'est pas parfaitement robuste lorsque l'on passe en économie des ressources non renouvelables. Il existe des situations où le monopole minier est disposé à investir davantage dans la R&D réductrice de coût que ce qui est socialement optimal.

### 2.1 Calcul incitations totales à innover "immédiatement"

#### 2.1.1 Optimum social

L'incitation globale à innover en date initiale éprouvée par la collectivité correspond au gain en bien-être actualisé de l'économie issu de l'innovation (cf. [24]). Si  $c$  est le coût unitaire constant d'extraction et  $u(q) = \int_0^q p(x)dx$  le surplus du consommateur, le bien-être actualisé optimal s'écrit :

$$V(c) = \int_0^{\infty} e^{-rt} [u(q_t^s) - c q_t^s] dt \quad S_0 = \int_0^{\infty} q_t^s dt \quad \text{et} \quad q_t^s = p^{-1}(\lambda e^{rt} + c)$$

De façon traditionnelle en économie des ressources non renouvelables, la définition de la trajectoire optimale de production est "hotellinienne", c'est-à-dire que le surplus marginal net croît au taux d'actualisation  $r$  en vigueur. Apparaît alors une rente de rareté, le prix dual de la ressource ou son coût d'opportunité, ici  $\lambda$  (cf. par exemple [23]). Si l'on différentie  $V(c)$  et la contrainte d'épuisabilité en  $c$ , en substituant on a :

$$V'(c) = - \int_0^{\infty} e^{-rt} q_t^s dt \tag{1}$$

L'incitation globale à innover en date initiale s'écrit alors :

$$\bar{V}^s = \int_{\bar{c}}^{\underline{c}} V'(c) dc = - \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} V'(c) dc = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_0^{\infty} e^{-rt} q_t^s dt dc \tag{2}$$

Parallèlement (cf. annexes), on sait que  $V(c)$  peut s'écrire :

$$V(c) = \frac{v(q_0^s(c))}{r}$$

où  $v(x) = u(x) - p(x)x$ . D'après (2) on tire alors :

$$\bar{V}^s = \frac{v(q_0^s(\underline{c}))}{r} - \frac{v(q_0^s(\bar{c}))}{r} \tag{3}$$

### 2.1.2 Marché Monopolistique

En ce qui concerne la firme en situation de monopole, l'incitation à innover en date initiale est mesurée par le profit total actualisé supplémentaire réalisable en innovant  $\underline{c}$ . En suivant la même trame que précédemment, on détermine la perte marginale de profit issue d'un accroissement de coût unitaire d'extraction par :

$$\Pi'(c) = - \int_0^{\infty} e^{-rt} q_t^m(c) dt \quad (4)$$

où,  $p(q_t^m)(1 - \frac{1}{\eta(q_t^m)}) = \lambda^m e^{rt} + c$ , d'où  $q_t^m(c) = m^{-1}(\lambda^m e^{rt} + c)$ , avec  $m(x)$  la recette marginale ( $m(x) = d(p(x)x)/dx$ ) et  $\eta(q) > 1$  est l'élasticité-prix de la demande.

L'incitation globale à innover en date initiale du monopole s'écrit donc :

$$\overline{V}^m = - \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \Pi'(c) dc = \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} \int_0^{\infty} e^{-rt} q_t^m(c) dt dc \quad (5)$$

A l'instar de  $V(c)$ ,  $\Pi(c)$  se transforme en l'expression :

$$\Pi(c) = \frac{w(q_0^m(c))}{r}$$

où  $w(x) = p(x)x - m(x)x$ , d'où, d'après (4), on tire :

$$\overline{V}^m = \frac{w(q_0^m(\underline{c}))}{r} - \frac{w(q_0^m(\overline{c}))}{r} \quad (6)$$

Notons que l'on peut alors retrouver le résultat de K.J. Arrow, en passant à la limite pour la taille du gisement  $S_0$ . En effet, si  $S_0 \rightarrow +\infty$ , alors les deux rentes de raretés actualisées sont nulles. Pour tout  $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$  :

$$\forall t, q_t^m(c)|_{S_0 \rightarrow +\infty} = m^{-1}(c) < q_t^s(c)|_{S_0 \rightarrow +\infty} = p^{-1}(c) \quad (7)$$

D'où en substituant (7) dans (3) et (6), il vient :

$$\overline{V}^m = \frac{1}{r} \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} m^{-1}(c) < \overline{V}^s = \frac{1}{r} \int_{\underline{c}}^{\overline{c}} p^{-1}(c) \quad (8)$$

On voit d'ores et déjà que ce résultat ne pourra être invariablement retranscrit en économie des ressources non renouvelables. En effet l'épuisabilité de la ressource et les différences d'évaluation de sa rareté suivant la structure de marché, impliquent qu'il ne soit pas possible d'exclure que pour un niveau de coût  $c \in [\underline{c}, \overline{c}]$  donné les trajectoires temporelles d'extractions se croisent, induisant par là un renversement de l'inégalité (8).

Afin de statuer sur la validité du résultat de Arrow en univers des ressources non renouvelables, nous devons étudier la position relative des trajectoires d'extractions (ou de façon équivalente de prix) monopolistique et optimale. Ce problème ayant largement été abordé dans la littérature, nous effectuerons un survol des controverses et des consensus théoriques.

## 2.2 Comparaison des trajectoires d'extraction monopolistique et optimale

### 2.2.1 Une comparaison controversée

Une littérature conséquente traite du problème de la comparaison entre les trajectoires du monopole minier et socialement optimale (ou identiquement de concurrence parfaite, si chaque firme actualise au même taux  $r$ ). G. Rotillon [20] a effectué un intéressant survol de celle-ci. Il en ressort une typologie ternaire des situations relatives entre trajectoires (de prix) de concurrence et de monopole :

1) les deux trajectoires d'extractions sont confondues. Cette configuration ne survient que dans la situation où à la fois les coûts d'extractions sont nuls et l'élasticité de la demande par rapport au prix est constante. La raison de résultat provient du fait que :

*"la règle de Hotelling nous indique que le taux d'extraction doit être tel que le prix croisse au taux d'intérêt alors que dans le cas monopolistique, c'est le revenu marginal qui croît avec le taux d'intérêt. Or, sous l'hypothèse d'une élasticité de la demande constante, le prix est proportionnel au revenu marginal, d'où le résultat"* [20], p. 47.

Notons que ce résultat a été dégagé initialement par M.C. Weinstein, R.J. Zeckhauser [26] (cf. aussi [21], [22]).

2) Le monopole est plus conservateur en ressource que l'entreprise parfaitement concurrentielle. C'est la thèse la plus répandue dans la littérature. Même si celle-ci fut en premier lieu soutenue par H. Hotelling [13] lui-même, J. Stiglitz [21] démontre quelles en sont les conditions. Le premier corps d'hypothèses qui produit ce résultat est constitué par des coûts d'extraction nuls, et d'une élasticité-prix de la demande temporellement croissante. Le second corps d'hypothèses stipule des coûts unitaires constants en l'output et croissants en le temps, alors que l'élasticité-prix de la demande est constante. Un troisième corps, plus général, (étudié par N.M. Hung [14]) spécifie deux types de fonctions de coûts : constants à l'unité, et en U.

3) Le monopole est moins conservateur en ressource que l'entreprise concurrentielle. Bien que moins répandue que la précédente, ce résultat est présent dans la littérature. Il apparaît notamment pour des coûts d'extractions négligeables alors que l'élasticité-prix de la demande croît en la dimension du marché.

D'autres analyses sont venues alimenter la controverse, notamment celles introduisant la substitution de long terme à la ressource non renouvelable. La comparaison des trajectoires d'extraction concurrentielles et monopolistiques lorsque il existe une technologie backstop<sup>2</sup> a notamment été étudiée par P. Dasgupta, J. Stiglitz [5].

### 2.2.2 L'approche de J. Sweeney

J.L. Sweeney [22],[23], propose une tentative de conclusion de la controverse par une synthèse de la comparaison monopole-concurrence en introduisant un instrument conceptuel de "mesure" du biais intertemporel entre les deux structure de marchés : la fonction

---

<sup>2</sup>La technologie backstop est alors la propriété exclusive (sous brevet de duration infinie) du producteur considéré.

d'imperfection de marché (ou encore "l'encoignure"). Dans son analyse, la fonction d'imperfection de marché définit un cadre général de comparaison entre une situation d'équilibre concurrentiel minier (ou de premier rang décentralisé) et tout autre configuration de marché différent de ce dernier.

L'auteur étudie alors quatre "contextes de marché" (*market institution*) dont la situation de monopole minier<sup>3</sup>. En partant de la propriété d'isomorphisme entre les deux structures, il indique que leurs disparités productives proviennent du fait que :

"le monopole ne peut grossir ses profits seulement que s'il existe des différences intertemporelles dans la valeur présente actualisée de l'encoignure entre le prix et la recette marginale." [22], p. 839.

C'est donc par la variabilité temporelle de l'écart entre le prix et la recette marginale du monopole que l'auteur définit sa fonction d'imperfection de marché<sup>4</sup>  $g(q_t)$ . Formellement,  $g(q_t)$  s'écrit :

$$g(q_t) = q_t p'(q_t) = -\frac{p(q_t)}{\eta(q_t)} < 0 \quad (9)$$

J.L. Sweeney démontre que suivant la trajectoire temporelle de la fonction d'imperfection de marché et donc, par contrecoup suivant celle de l'élasticité-prix, la trajectoire d'extraction du monopole sera plus ou moins conservatrice en ressource par rapport à la situation concurrentielle.

Suivant les hypothèses de notre modèle (horizon infini, coûts d'extractions positifs constants), nous allons établir le positionnement des trajectoires temporelles entre le monopole et optimum social à partir de la méthodologie de J.L. Sweeney. Pour ce faire nous présentons brièvement son Théorème 1 ([22]. p. 132). Notons que dans ce théorème la fonction  $g(\cdot)$  signale la présence d'une quelconque imperfection de marché.

### Théorème de Sweeney

Supposons que  $q_0^s > 0$  ou  $q_0^m > 0$

(a) Si  $\forall t > 0, e^{-rt}g(q_t^m)/g(q_0^m) < 1$  (Evolution normale) :

$$g(q_0^m) \text{ R } 0 \Rightarrow q_0^m \text{ R } q_0^s \text{ et } p(q_0^m) \text{ Q } p(q_0^s)$$

(b) Si  $\forall t > 0, e^{-rt}g(q_t^m)/g(q_0^m) = 1$  (Evolution exponentielle) :

(i) si l'épuisement des réserves est total dans chaque régime de marché :  $S_0 = \int_0^\infty q_t^i dt, i = m, s$

$$q_0^m = q_0^s \text{ et donc } p(q_0^m) = p(q_0^s)$$

(ii) si l'épuisement ne survient pas dans un régime :

$$g(q_0^m) \text{ R } 0 \Rightarrow q_0^m \text{ R } q_0^s \text{ et } p(q_0^m) \text{ Q } p(q_0^s)$$

---

<sup>3</sup>Les trois autres sont l'apparition d'externalités dues à l'extraction des ressources (pollution, effet d'irréversibilité etc...), l'instauration d'une politique de rigidité de la variation des prix de la ressource et enfin l'établissement d'un dégrèvement fiscal de l'impôt sur le bénéfice.

<sup>4</sup>E.S. Amundsen [1] qualifie de "prix dual" son inverse.

(c) Si  $\forall t > 0, e^{-rt}g(q_t^m)/g(q_0^m) > 1$  (Evolution rapide) et si l'épuisement des réserves est total dans chaque régime de marché :

$$g(q_0^m) \mathbb{R} 0 \Rightarrow q_0^m \mathbb{Q} q_0^s \text{ et } p(q_0^m) \mathbb{R} p(q_0^s)$$

(d) Si  $g(q_0^m) = 0$ ,

$$g(q_0^m) \mathbb{R} 0 \Rightarrow q_0^m \mathbb{Q} q_0^s \text{ et } p(q_0^m) \mathbb{R} p(q_0^s)$$

J.L. Sweeney circonscrit lui-même la portée de son théorème. Applicable à toute origine temporelle et à tout niveau donné de réserve *in situ*, l'auteur précise qu'en vertu de ce théorème :

*"on peut déterminer les directions des biais intertemporels en examinant de simples propriétés de la fonction d'imperfection de marché associée, sans explicitement résoudre les équilibres des diverses formes de marchés"* [22], p. 138.

Parallèlement l'auteur insiste sur le fait que son théorème se concentre principalement sur l'allocation intertemporelle des réserves connues avec certitude, et ignore totalement (par hypothèse) les processus d'exploration du sous-sol ainsi que l'apparition d'un degré d'incertitude sur les paramètres d'extractions (taille de la réserves par exemple, à ce sujet cf. [16]). De plus pour tout contexte de marché (parfait ou imparfait), les coûts d'extractions doivent s'avérer croissants convexes en l'extraction et indépendants du niveau des réserves *in situ* (ou encore sans effet de stock).

On peut remarquer que le théorème ne permet qu'une comparaison ponctuelle (en la date initiale) des niveaux d'extractions. Toutefois, comme le souligne l'auteur :

*"les stocks de ressources restants en tout instant influencent les taux d'extraction en cette date et ces stocks sont déterminés par les décisions d'extraction passées. De ce fait, le théorème ne nous permet pas de prédire la relation entre  $q_t^m$  et  $q_t^s$  pour tout  $t$  futur à partir d'un stock de ressource déterminé de façon exogène en  $t = 0$ , mais pour un stock déterminé de façon endogène en toute date future. Néanmoins, il en résulte immédiatement que, si l'épuisement est total,  $q_0^m > q_0^s$  implique que l'inégalité opposée doit tenir en une date future."* [22], p.138.

En considérant cette dernière remarque il est donc possible de comparer toute situation de marché imparfaite en utilisant le théorème de Sweeney en se polarisant sur la différence des niveaux initiaux d'extractions. A la suite de cet auteur, cette méthodologie a largement été suivie ([11], [5]).

### 2.2.3 Application du théorème de Sweeney

Revenons maintenant à la situation d'imperfection de marché imputable à la structure monopolistique. Nous allons appliquer la méthodologie de Sweeney en vue de la comparaison concurrence-monopole, sous les hypothèses de coûts d'extraction unitaires positifs, constants. D'après (9), on peut former les expressions suivantes ( $\forall c \in [\bar{c}, \underline{c}]$ )

$$g(q_0^m(c)) = -\frac{p(q_0^m(c))}{\eta(q_0^m(c))} < 0 \quad (10)$$

$$e^{-rt}g(q_t^m(c)) = -e^{-rt}\frac{p(q_t^m(c))}{\eta(q_t^m(c))} < 0 \quad (11)$$

Etant donné l'équilibre intertemporel du monopole minier, il vient directement :

$$g(q_0^m(c)) = -\frac{\lambda^m + c}{\eta(q_0^m(c)) - 1} \quad (12)$$

$$\forall t \geq 0, e^{-rt} g(q_t^m(c)) = -\frac{\lambda^m + e^{-rt} c}{\eta(q_t^m(c)) - 1} < 0 \quad (13)$$

En utilisant (10), le sens de variation temporel de  $e^{-rt} g(q_t^m(c))$  est défini par (sachant que  $dq/dt = (dp/dt)/p'(\cdot)$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{d(e^{-rt} g(q_t^m(c)))}{dt} &= \frac{e^{-rt}}{\eta(q_t^m(c))} r p(q_t^m(c)) - \frac{p(q_t^m(c)) \eta'(q_t^m(c)) \dot{q}_t^m(c) - \dot{p}(q_t^m(c)) \eta'(q_t^m(c))}{\eta(q_t^m(c))} \\ &= \frac{e^{-rt}}{\eta(q_t^m(c))} [r p(q_t^m(c)) - \dot{p}(q_t^m(c)) (1 + \eta'(q_t^m(c)) q_t^m(c))] \end{aligned} \quad (14)$$

On s'aperçoit que l'évolution dynamique de la valeur actualisée de la fonction d'imperfection de marché est tributaire d'un côté, de la sensibilité de l'élasticité-prix en la dimension du marché ( $\eta'(q)$ ) et d'un autre côté de l'orientation dynamique de la trajectoire de prix du monopole ( $\dot{p}(q_t^m(c))$ ). Cependant, il est possible de ramener la discussion sur la seule sensibilité de l'élasticité-prix.

En effet le prix du monopole (et donc en sens inverse son niveau d'extraction) varie proportionnellement à la recette marginale, à partir de la dérivée temporelle de cette dernière, il vient :

$$\forall t, \dot{m}(q_t^m(c)) \equiv \frac{dm(q_t^m(c))}{dt} = r \lambda^m e^{rt} = r [m(q_t^m(c)) - c] \quad (15)$$

D'où :

$$\begin{aligned} \forall t, \dot{m}(q_t^m(c)) &= \dot{p}(q_t^m(c)) \left[ 1 - \frac{1}{\eta(q_t^m(c))} + p(q_t^m(c)) \frac{\eta'(q_t^m(c)) \dot{q}_t^m(c)}{\eta(q_t^m(c))^2} \right] \\ &= \dot{p}(q_t^m(c)) \frac{\eta(q_t^m(c)) - 1 - \eta'(q_t^m(c)) q_t^m(c)}{\eta(q_t^m(c))} \end{aligned} \quad (16)$$

En reliant (15) et (16), il vient :

$$\begin{aligned} \forall t, \dot{p}(q_t^m(c)) &= r \frac{[\eta(q_t^m(c)) - 1] p(q_t^m(c)) - \eta(q_t^m(c)) c}{\eta(q_t^m(c)) - 1 - \eta'(q_t^m(c)) q_t^m(c)} \\ &= r \frac{\lambda^m e^{rt}}{\eta(q_t^m(c)) - 1 - \eta'(q_t^m(c)) q_t^m(c)} \end{aligned} \quad (17)$$

Le numérateur de (17) est sans ambiguïté positif. Ainsi l'évolution du prix du monopole minier sera déterminée de façon certaine suivant que la sensibilité de l'élasticité-prix en la dimension du marché est bornée supérieurement ou inférieurement par la fonction  $(\eta(q) - 1)/q$ . En effet il vient :

$$\forall t, \dot{p}(q_t^m(c)) \geq 0 \Leftrightarrow \forall q \geq 0, \eta'(q) \leq \frac{\eta(q) - 1}{q} > 0 \quad (18)$$

Cependant, sous l'hypothèse  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \geq \frac{\eta(q)-1}{q}$ , la croissance de l'élasticité-prix de la demande implique la non concavité du profit instantané du monopole sans que pour autant la demande soit "anormale". Il en résulte que la décroissance de la recette marginale n'est pas assurée. L'équilibre intertemporel traditionnel n'est plus valide et ne sera pas étudiée plus avant. Sous l'hypothèse  $\forall q \geq 0, \eta'(q) < \frac{\eta(q)-1}{q}$ , que nous retiendrons, le prix monopolistique est croissant.

A partir de (18), on peut alors signer l'évolution dynamique de la valeur présente actualisée de la fonction d'imperfection de marché, selon les seuls sens et degré de variation de l'élasticité-prix de la demande.

Cherchons quelle fonction permet de rendre stationnaire la mesure d'imperfection de marché actualisée. En substituant (17) dans (14), et en annulant cette dernière relation, il vient :

$$\begin{aligned} p(q_t^m(c)) &= \frac{[\eta(q_t^m(c)) - 1] p(q_t^m(c)) - \eta(q_t^m(c)) c}{\eta(q_t^m(c)) - 1 - \eta'(q_t^m(c)) q_t^m(c)} [1 + \eta'(q_t^m(c))] q_t^m(c) \\ &\Leftrightarrow \eta'(q_t^m(c)) = \frac{c}{q_t^m(c) [p(q_t^m(c)) - c]} > 0 \end{aligned}$$

Si pour tout  $q \geq 0, \eta'(q) = c/q [p(q) - c]$ , la fonction d'imperfection de marché actualisée est alors stationnaire. De plus à partir de (14) et (17), en dérivant par rapport à  $\eta'(\cdot)$ , il vient :

$$\forall q \geq 0, \forall t \geq 0, \frac{de^{-rt}g(q)/dt}{d\eta'(q)} = -\frac{e^{-rt}}{\eta(q)} [p(q) (\eta(q) - 1) - \eta(q)c] \frac{\eta(q)q}{(\eta(q) - 1 - \eta'(q)q)^2} < 0$$

Il résulte de cette dernière relation que la fonction d'imperfection de marché actualisée sera croissante (resp. décroissante) pour toute sensibilité de l'élasticité-prix en la dimension du marché bornée supérieurement (resp. inférieurement) par la fonction  $c/[q(p(q) - c)]$ , soit :

$$\forall t, \geq 0, \frac{d(e^{-rt}g(q_t^m(c)))}{dt} \text{ R } 0 \Leftrightarrow \forall q, \eta'(q) \text{ Q } \frac{c}{q(p(q) - c)} \quad (19)$$

La condition sur  $\eta'(q)$  dans (19), nous permet aussi d'évaluer la variation relative des prix dans les deux structures de marché. En effet, étant donné que le prix concurrentiel croît (temporellement) selon la relation :

$$\forall t \geq 0, \dot{p}(q_t^s(c)) = r [p(q_t^s(c)) - c] \quad (20)$$

A partir de (17) et (20), formons la la différence  $\dot{p}_t^s - \dot{p}_t^m$  :

$$\dot{p}(q_t^s(c)) - \dot{p}(q_t^m(c)) = r \left[ p(q_t^s(c)) - c - \frac{[\eta(q_t^m(c)) - 1] p(q_t^m(c)) - \eta(q_t^m(c)) c}{\eta(q_t^m(c)) - 1 - \eta'(q_t^m(c)) q_t^m(c)} \right]$$

et effectuons la comparaison à prix et quantités égaux  $q_t^s(c) = q_t^m(c) = q$ , il vient

$$\dot{p}_t^s - \dot{p}_t^m = r \left[ p(q) - c - \frac{[\eta(q) - 1] p(q) - \eta(q) c}{\eta(q) - 1 - \eta'(q) q} \right]$$

Si l'on cherche quel type de fonction  $\eta'(q)$  annule la différence  $\dot{p}_t^s - \dot{p}_t^m$ , pour tout  $t$ , on s'aperçoit alors que :

$$\forall t \geq 0, \dot{p}(q_t^s(c)) \text{ R } \dot{p}(q_t^m(c)) \Leftrightarrow \forall q \geq 0, \eta'(q) \text{ R } \frac{c}{q(p(q) - c)} \quad (21)$$

Selon le positionnement de  $\eta'(q)$ , nous pouvons donc repérer trois cas.

### Elasticité-prix décroissante ou "peu" croissante

Soit l'hypothèse  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]-\infty, c/(q(p(q) - c))]$ . Sous cette condition, d'après (19) et (21) il vient :

$$\forall t \geq 0, \dot{p}(q_t^s(c)) > \dot{p}(q_t^m(c)) > 0, \frac{d(e^{-rt}g(q_t^m(c)))}{dt} > 0 \quad (22)$$

Selon (22), on a la relation :  $0 > e^{-rt}g(q_t^m(c)) > g(q_0^m(c))$ , et en vertu du Théorème de Sweeney (a), il vient immédiatement :

$$g(q_0^m(c)) < 0 \Rightarrow q_0^m(c) < q_0^s(c), p(q_0^m(c)) > p(q_0^s(c)) \quad (23)$$

Le prix initial du monopole est au dessus de celui de la situation optimale, mais selon (22) croît moins vite, ce qui nous permet d'affirmer directement qu'il existe une date  $t_1$ , telle que :

$$\forall t \text{ Q } t_1, q_t^m(c) \text{ Q } q_t^s(c), p(q_t^m(c)) \text{ R } p(q_t^s(c)) \quad (24)$$

Les trajectoires temporelles (pour tout  $S_0$  et tout  $c$ , positifs) décrites par (24) impliquent que le monopole minier soit plus conservateur en ressource sur une "première" période allant de 0 à  $t_1$ , puis devienne prodigue par la suite. On retrouve ici la remarque de Sweeney (cf. *supra*) sur l'interdépendance temporelle des niveaux d'extractions et des conséquences des arbitrages intertemporels en termes de biais.

### Elasticité croissante

Soit l'hypothèse  $\forall q \geq 0, \eta'(q) = c/(q(p(q) - c)) > 0$ . D'après (19) et (21), il vient :

$$\forall t \geq 0, \dot{p}(q_t^s(c)) = \dot{p}(q_t^m(c)) > 0, \frac{d(e^{-rt}g(q_t^m(c)))}{dt} = 0 \quad (25)$$

En invoquant le point (b) du Théorème de Sweeney, la relation (25) nous permet d'affirmer :

$$\forall t \geq 0, q_t^m(c) = q_t^s(c), p(q_t^m(c)) = p(q_t^s(c)) \quad (26)$$

Les prix optimal et monopolistique croissent au même rythme et leur valeur initiale est identique : ils sont donc identiques en tout point du temps. Selon cette configuration particulière de la demande, le monopole minier suit un sentier optimal d'extraction.

### Elasticité "fortement" croissante

Soit l'hypothèse  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]c/(q(p(q) - c)), (\eta(q) - 1)/q[$ . Toujours d'après (19) et (21), on a les sens de variations suivants :

$$\forall t \geq 0, \dot{p}(q_t^m(c)) > \dot{p}(q_t^s(c)) > 0, \frac{d(e^{-rt}g(q_t^m(c)))}{dt} < 0 \quad (27)$$

En invoquant le point  $(c)$  du Théorème de Sweeney, il vient :

$$g(q_0^m(c)) < 0 \Rightarrow q_0^m(c) > q_0^s(c), p(q_0^m(c)) < p(q_0^s(c)) \quad (28)$$

Le prix initial du monopole est au dessous de celui de la concurrence, et la croissance temporelle du prix concurrentiel moindre que celle du monopole minier, il existe alors une date  $t_2$ , telle que :

$$\forall t \geq t_2, q_t^m(c) \leq q_t^s(c), p(q_t^m(c)) \geq p(q_t^s(c)) \quad (29)$$

Les trajectoires temporelles (pour tout  $S_0$  et tout  $c \in [\bar{c}, \underline{c}]$ ) décrites par (29) impliquent que le monopole minier soit moins conservateur en ressource sur une "première" période allant de 0 à  $t_2$ , puis devienne économe par la suite relativement à la situation socialement optimale.

D'après les relations (24), (26) et (29), et si on note cette différence  $\Delta q(t) = q_t^s(c) - q_t^m(c)$ , nous pouvons résumer les résultats précédents dans le lemme suivant :

- Lemme 1**
- a) si  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]-\infty, c/(q(p(q) - c))[, \forall t \geq t_1, \Delta q(t) \leq 0$
  - b) si  $\forall q \geq 0, \eta'(q) = c/(q(p(q) - c)), \forall t \geq 0, \Delta q(t) = 0$ ,
  - c) si  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]c/(q(p(q) - c)), (\eta(q) - 1)/q[, \forall t \geq t_2, \Delta q(t) \geq 0$

Tout au long de ce 2.2, nous avons discuté des différences dans le comportement d'extraction qui existent entre l'industrie minière monopolistique et son homologue socialement optimal. Il en ressort que la politique d'extraction du monopole sera plus conservatrice en ressource qu'à l'optimum, si le degré de croissance de l'élasticité-prix de la demande pour des niveaux croissants de consommation est faible ou même négatif. A l'opposé de ce résultat, lorsque la demande se caractérise par une élasticité-prix relativement croissante, soit les deux structures pratiquent les mêmes politiques d'extractions, soit l'industrie concurrentielle sur-conserve la ressource.

Revenons maintenant à notre problème initial à savoir l'étude de l'impact de la structure du marché d'une ressource non renouvelable sur le comportement d'innovation d'une invention "réductrice de coût".

## 3 Marchés miniers et analyse géométrique de Arrow

Nous allons ici confirmer l'idée selon laquelle le résultat de Arrow perd de sa généralité en économie des ressources non renouvelables. A partir des résultats obtenus ci-dessus, nous comparons les incitations à innover (pour une invention réductrice de coût) optimale  $\bar{V}^s$  et

du monopole minier  $\bar{V}^m$ , cf. relations (3) et (6). En formant la différence  $\Delta\bar{V} \equiv \bar{V}^s - \bar{V}^m$ , l'industrie minière concurrentielle sera toujours disposée à supporter une dépense de R&D supérieure (resp. inférieure ou égale) à celle du monopole si l'on a :

$$\Delta\bar{V} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-rt} (q_t^s(c) - q_t^m(c)) dt dc \quad \mathbb{R} \quad (30)$$

Il suffit donc d'établir (pour tout  $c \geq 0$ ), le signe de la somme actualisée des différences de niveaux d'outputs des deux structures pour en déduire l'écart d'incitation à innover en  $t = 0$ . Cette somme actualisée dépend bien évidemment du profil temporel de la différence des niveaux d'outputs, dont nous avons discuté dans la section précédente (cf. Lemme 1). Il faut de plus noter qu'en vertu de la saturation des contraintes d'épuisement sur l'horizon, la somme des différences  $\Delta q(t)$  est nulle. En effet si l'on développe :

$$\int_0^{\infty} \Delta q(t) dt = \int_0^{\infty} q_t^s(c) dt - \int_0^{\infty} q_t^m(c) dt = S_0 - S_0 = 0 \quad (31)$$

A ce niveau, l'intuition semble indiquer que si la différence des niveaux d'extractions est d'abord positive (resp. négative) puis négative (resp. positive), par la suite, par le jeu de l'actualisation, le signe de la somme actualisée des différences ( $\int_0^{\infty} e^{-rt} \Delta q(t) dt$ ) sera positif (resp. négatif). Nous allons maintenant nous accorder sur cette intuition.

Tout d'abord, on s'aperçoit aisément que si l'élasticité est croissante ( $\forall q \geq 0, \eta'(q) = c/(q(p(q) - c))$ ), l'application du point  $b$ ) du lemme 1 conduit à l'égalité entre les deux incitations à innover, puisque les gains futurs des deux structures sont confondus.

Passons maintenant aux deux configurations de demande restantes (décroissante et "peu" croissante ou fortement croissante). Il existe toujours une date  $t_i, i = 1, 2$ , pour laquelle les niveaux d'extractions sont égaux, c'est-à-dire telle que  $\Delta q(t_i) = 0$ . En deçà et au delà de ces dates, les différences  $\Delta q(t)$  gardent des signes constants. Il est donc possible de réécrire la somme "courante" des différences des niveaux d'extractions identiquement nulle, cf. (31), sous une forme autorisant l'application du théorème de la moyenne. Soit  $\forall i = 1, 2$  :

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} \Delta q(t) dt &= \int_0^{t_i} \Delta q(t) dt + \int_{t_i}^{\infty} \Delta q(t) dt = 0 \\ &\Leftrightarrow \Delta q(\theta_i^1) (t_i - 0) + \int_{t_i}^{\infty} \Delta q(t) dt = 0 \\ &\Leftrightarrow \Delta q(\theta_i^1) t_i = - \int_{t_i}^{\infty} \Delta q(t) dt \end{aligned} \quad (32)$$

où  $\forall i = 1, 2, \theta_i^1 \in ]0, t_i[$ .

De même, en manipulant la somme actualisée des différences, notée  $\Delta\omega$ , il vient  $\forall i = 1, 2$  :

$$\begin{aligned} \Delta\omega &\equiv \int_0^{\infty} e^{-rt} \Delta q(t) dt = \int_0^{t_i} e^{-rt} \Delta q(t) dt + \int_{t_i}^{\infty} e^{-rt} \Delta q(t) dt \\ &\Leftrightarrow \Delta\omega = e^{-r\theta_i^2} \int_0^{t_i} \Delta q(t) dt + e^{-r\theta_i^3} \int_{t_i}^{\infty} \Delta q(t) dt \end{aligned} \quad (33)$$

où  $\forall i = 1, 2, \theta_i^2 \in ]0, t_i[$  et  $\theta_i^3 \in ]t_i, \infty[$ . De plus (32) dans (33), implique :

$$\Delta\omega = (e^{-r\theta_i^2} - e^{-r\theta_i^3})\Delta q(\theta_i^1)t_i$$

Etant donné que la différence  $e^{-r\theta_i^2} - e^{-r\theta_i^3}$  est toujours positive, car  $\forall i = 1, 2, \theta_i^2 < \theta_i^3$ ,  $\Delta\omega$  pour tout  $c$  et donc  $\Delta\bar{V}$  sont du signe de  $\Delta q(\theta_i^1)$ . De plus puisque par définition  $\theta_i^1 < t_i$ , il suffit de se reporter au lemme 1 ci-dessus pour déterminer le signe  $\Delta q(\theta_i^1)$ . Il en découle :

**Lemme 2**      a) si  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]-\infty, c/(q(p(q) - c))[, \Delta q(\theta_i^1) > 0, \Delta\omega > 0$   
b) si  $\forall q \geq 0, \eta'(q) = c/(q(p(q) - c)), \Delta q(t) = 0, \Delta\omega = 0$   
c) si  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]c/(q(p(q) - c)), (\eta(q) - 1)/q[, \Delta q(\theta_i^2) < 0, \Delta\omega < 0$

Pour le cas *a* ci-dessus, le résultat de Arrow est valide ( $\Delta\bar{V} > 0$ ), alors que dans les deux autres (*b* et *c*), il ne l'est pas ( $\Delta\bar{V} \leq 0$ ). En appliquant le lemme 2, on peut donc énoncer la proposition :

**Proposition 1** Soient une invention technologique "réductrice de coût",  $\bar{V}^s$  l'incitation à innover socialement optimale, et  $\bar{V}^m$  celle de l'industrie monopolistique, selon que la demande obéit à (pour tout  $c \in [\underline{c}, \bar{c}]$ ) :

- i)  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]-\infty, c/(q(p(q) - c))[,$  alors  $\bar{V}^s > \bar{V}^m,$
- ii)  $\forall q \geq 0, \eta'(q) = c/(q(p(q) - c))$  alors  $\bar{V}^s = \bar{V}^m,$
- iii)  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]c/(q(p(q) - c)), (\eta(q) - 1)/q[,$  alors  $\bar{V}^s < \bar{V}^m.$

Dans un certain sens, la proposition 1 statue sur la robustesse du résultat de Arrow dans le cadre des ressources non renouvelables. Celui-ci, établi dans le cadre d'une industrie produisant une ressource reproductible, n'est pas garanti lorsque l'industrie offre une ressource naturelle non renouvelable. La variable déterminante s'avère être le degré de variation de l'élasticité de la demande de ressource. Plus cette variable sera forte plus élevée sera l'incitation à innover du monopole. Il existe donc des situations (*i* et *ii*) où le monopole minier est prêt à investir au moins aussi fortement en R&D que l'industrie concurrentielle. Dans le cas *iii* pour lequel la demande de ressource est à élasticité-prix fortement croissante, le monopole est même plus vivement incité à investir dans la recherche qu'une entreprise publique par exemple.

Les raisons profondes qui permettent d'expliquer la proposition sont à chercher dans les évolutions contrastées dans le temps des marges du monopole minier. En effet d'une manière générale, l'épuisabilité de la ressource contraint la trajectoire d'extraction à la décroissance temporelle ( $\dot{q}_t^i < 0, \forall t, \forall \eta'(q) < (\eta(q) - 1)/q$ ). Ainsi dans le cas d'élasticité décroissante ou peu croissante, la recette marginale nette du monopole minier aura tendance à s'aligner sur la recette moyenne au fil du temps, du fait d'une croissance en valeur de l'élasticité (la demande devient de plus en plus captive). Ainsi la tendance du monopole minier à récupérer du surplus social en innovant ne peut véritablement jouer que sur l'horizon, et non pas dès les premiers instants. Par contre, l'effet est diamétralement opposé lorsque l'élasticité est fortement croissante : l'innovation est alors plus profitable pour le monopole minier dans les périodes initiales.

En suivant l'interprétation de J. Tirole [24] du résultat de Arrow, on peut aussi dire que si l'élasticité est décroissante ou peu croissante (resp. fortement croissante), la réduction

de coût due à l'innovation ne s'applique qu'à un petit nombre relatif d'unités extraites par le monopole au cours des périodes initiales (resp. finales), plus précisément lorsque  $t < t_1$  (resp.  $t > t_2$ ). Or par le jeu de l'actualisation, les réductions de coût des périodes initiales sont déterminantes quant à l'évaluation de l'incitation à innover en date  $t = 0$ . Si l'élasticité-prix est décroissante ou peu croissante, le monopole réduit globalement trop peu ses coûts actualisés d'extraction en innovant pour s'accaparer le surplus social, il subit initialement et donc globalement l'effet de remplacement. Par contre si l'élasticité est fortement croissante, sa politique d'extraction non conservatrice permet à l'innovation de jouer pleinement dès les premières périodes, la réduction des coûts actualisés est globalement plus importante qu'en situation optimale. Les différences structurelles dans les incitation à innover immédiatement ont donc tendance à s'inverser au fur et à mesure que la degré de sensibilité de l'élasticité de la demande de ressource s'accroît.

## 4 Dynamique des incitations à innover

Le résultat précédent suppose que l'incitation à innover de chacune des deux structures industrielles est évaluée en date initiale ( $t = 0$ ). La principale caractéristique de cette date réside dans l'identité des stocks de ressource entre les deux structures. Nous allons maintenant voir que les résultats de la proposition 1 s'altèrent si la décision d'innover est décalée dans le temps.

Supposons que l'évaluation de l'incitation à innover ne soit plus immédiate, c'est-à-dire correspondant à une innovation en  $t = 0$ , mais repoussée en une date ultérieure  $t = \tau$ . Par analogie avec ce qui précède, on définit les incitations à innover le procédé d'extraction en date  $t = \tau$  par :

$$\bar{V}_\tau^i = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\tau}^{\infty} e^{-rt} q_t^i(c) dt dc, \quad i = s, m$$

Ainsi l'industrie minière gérée socialement sera toujours disposée à supporter, en date  $\tau$ , une dépense de R&D supérieure, inférieure ou égale à celle du monopole si l'on a :

$$\forall \tau \in \mathbb{R}_+^*, \quad \Delta \bar{V}_\tau \equiv \bar{V}_\tau^s - \bar{V}_\tau^m = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \int_{\tau}^{\infty} e^{-rt} (q_t^s(c) - q_t^m(c)) dt dc \in \mathbb{R}$$

Le problème de la signature  $\Delta \bar{V}_\tau$  est voisin de celui la sous-section précédente et se confond même avec celui-ci lorsque la demande est à élasticité croissante<sup>5</sup>. Cependant il s'en distingue plus nettement dans les autres cas.

Pour évaluer le différentiel d'incitation à innover pour tout  $\tau$ , il suffit d'établir pour tout  $c \in [\underline{c}, \bar{c}]$ , le signe de la somme actualisée des différences de niveaux d'outputs des deux structures à partir de  $t = \tau > 0$ . Nous avons abordé ce problème dans la section précédente mais à partir de la date initiale seulement. Toutefois, le lemme 1 suffit pour établir la signature à partir de  $\tau$ . En effet, même si les stocks de ressource *in situ* des deux

<sup>5</sup>En effet si  $\forall q \geq 0, \eta'(q) = c / (q(p(q) - c))$ , d'après (26), les trajectoires de stocks *in situ* des deux structures industrielles sont identiques au cours du temps

structures industrielles sont de niveaux différents du fait des divergences des trajectoires d'extraction passée ( $0 \leq t < \tau$ ), la propriété classique de cohérence dynamique ([3]) des solutions en boucle ouverte  $q_t^i(c)$ ,  $i = s, m$ , assure leur robustesse. Autrement dit, si l'on "recalcule" la solution du problème d'extraction pour chaque structure  $i$  sur la période  $[\tau, \infty[$  étant donné une réserve en  $\tau$  telle que  $S_\tau = S_0 - \int_0^\tau q_t^i(c) dt$ , la trajectoire optimale reste  $q_t^i(c)$ ,  $\forall t \in [\tau, \infty[$ .

Notons  $\Delta\omega_\tau = \int_\tau^\infty e^{-rt} \Delta q(t) dt$ , la somme actualisée des différences de niveaux d'outputs des deux structures à partir de  $\tau > 0$ . Par définition,  $\Delta\omega_\tau = \Delta\omega$ , dont on connaît le signe en appliquant le lemme 2 et  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \Delta\omega_\tau = 0$ . De plus le signe  $\frac{d\Delta\omega_\tau}{d\tau} = -e^{-r\tau} \Delta q(\tau)$  est entièrement déterminé pour tout  $\tau$  par application du lemme 1. Par conséquent l'allure temporelle dépend elle aussi de la sensibilité de l'élasticité de la demande de ressource.

**Proposition 2** *Si  $\bar{V}_\tau^s$  est l'incitation à innover une invention "réductrice de coût" en date  $\tau \in \mathbb{R}_+^*$  socialement optimale et  $\bar{V}_\tau^m$  celle de l'industrie monopolistique, selon que, pour tout  $c \in [\underline{c}, \bar{c}]$  :*

- i)  $\forall q \geq 0$ ,  $\eta'(q) \in ]-\infty, c/(q(p(q) - c))]$  alors  $\exists \tau_1 < t_1$ , tel que  $\forall \tau \in \mathbb{Q} \cap ]\tau_1, \bar{V}_\tau^s \mathbb{R} \bar{V}_\tau^m$ ,*
- ii)  $\forall q \geq 0$ ,  $\eta'(q) = c/(q(p(q) - c))$  alors  $\forall \tau \in \mathbb{R}_+^*$ ,  $\bar{V}_\tau^s = \bar{V}_\tau^m$ ,*
- iii)  $\forall q \geq 0$ ,  $\eta'(q) \in ]c/(q(p(q) - c)), (\eta(q) - 1)/q[$ , alors  $\exists \tau_2 < t_2$ , tel que  $\forall \tau \in \mathbb{Q} \cap ]\tau_2, \bar{V}_\tau^s \mathbb{Q} \bar{V}_\tau^m$ .*

La preuve de cette proposition est donnée en annexe.

La proposition 2 traite une fois de plus de la robustesse du résultat de Arrow lorsque l'on introduit le timing de l'innovation. Le résultat clé réside dans le fait que les enseignements de la proposition 1 ne se conserve pas le long des sentiers optimaux d'extraction de chacune des deux configurations industrielles. En fait ils se renversent. Le phénomène est évidemment à mettre en relation avec l'inversion de tendance dans les trajectoires d'extraction, et donc aux évolutions contrastées de la réduction de coûts globaux actualisés engendrés par l'innovation en une date donnée  $\tau$ .

Si l'élasticité-prix est décroissante ou peu croissante, le monopole minier est initialement conservateur et finalement prodigue par rapport à la solution optimale. Cela implique qu'au fur et à mesure de la déplétion, les impacts relatifs de l'innovation réductrice de coût ont tendance à s'inverser en valeur courante et actualisée. La réduction de coût due à l'innovation s'applique à un nombre relatif d'unités extraites par le monopole de plus en plus grand, de manière que la somme actualisée du différentiel de ces réductions tend à s'accroître, et même à devenir positive au delà d'une date  $\tau_1$ . En cette date, le différentiel des réserves restantes est tellement en faveur<sup>6</sup> du monopole (du fait de sa politique conservatrice jusqu'à lors), que la profitabilité future de l'innovation, calée sur la trajectoire de production, est supérieure à la solution optimale.

Lorsque l'élasticité-prix est fortement croissante, des arguments opposés s'appliquent. En effet, la réduction de coût due à l'innovation s'applique à un nombre relatif d'unités extraites de plus en plus faible et donc l'incitation à innover du monopole décroît plus vite qu'à l'optimum social.

<sup>6</sup>En effet, en  $t = \tau_1$ ,  $S_{\tau_1}^m > S_{\tau_1}^s$ , car  $\forall t < t_1, \Delta q(t) > 0$ .

## 5 Remarques conclusives

L'objectif de ce papier était de conduire une réflexion sur la problématique "incitation à innover-structure de marché" dans le cadre d'une économie d'une ressource non renouvelable. Pour le cas d'une innovation réductrice de coût, il s'avère que le résultat standard de K.J. Arrow, statuant sur la prédominance de l'effet de remplacement du monopole, ne peut être rigoureusement retranscrit. Deux phénomènes apparaissent. D'une part, les différences quant aux incitations à innover dès la date initiale ont tendance à s'inverser au fur et à mesure que le degré de sensibilité de l'élasticité de la demande de ressource s'accroît, de sorte que l'explication par l'effet de remplacement n'est plus valide si cette élasticité-prix est fortement croissante. D'autre part, même si l'élasticité-prix est décroissante ou peu croissante, le jeu de la déplétion minière conduit à ce que, pour une certaine date d'innovation, l'incitation à innover du monopole minier dépasse celle de la société. Là encore le résultat de Arrow est remis en cause.

Dans cette analyse, nous avons volontairement laissé de côté, les discussions sur d'une part l'apparition de l'effet de remplacement du monopole comparativement à la situation de concurrence en prix<sup>7</sup>, et d'autre part l'effet d'efficacité du monopole soumis à la menace d'une entrée *via* la compétition technologique (cf.[8], [17], et [12] pour un cas d'application minier). En ce qui concerne ce dernier point

En conclusion, on peut maintenant aborder la question du caractère opérationnel de notre résultat, à savoir, quels types de faits stylisés industriels peut-il retracer. Nous souhaiterions soulever quelques pistes d'interprétation dans le cadre du marché international du pétrole brut, ressource non renouvelable s'il en est.

En ce qui concerne le cas pétrolier, D.J. Teece *et al.* [25], soutiennent l'idée suivante :

*"Une situation (...) plausible est celle pour laquelle l'élasticité de la demande croît avec le prix de la ressource. Cela peut survenir, par exemple, lorsque qu'il existe des technologies de substitutions réelles ou potentielles pour la ressource en question viables pour des prix élevés."* La présence de substituts plus ou moins parfaits à la ressource non renouvelable offert plus ou moins élastiquement est donc un facteur déterminant d'apparition d'une demande à élasticité-prix décroissante. Certaines études économétriques décèlent un facteur "dynamique" du schéma d'élasticité-prix de la demande de pétrole soit brut (en tant que consommation intermédiaire) soit raffiné (consommation finale d'hydrocarbures) . En effet, on peut remarquer que l'élasticité de court terme (CT) est toujours très faible alors que dans le long terme (LT) elle s'accroît fortement. Dans une étude, relatée par J. Girod [9], centrée sur l'estimation économétrique des demandes de quatre produits pétroliers dans l'O.C.D.E. (A.I.E., 1962-1972), les élasticités du fuel-oil lourd et du kérosène s'établissent respectivement à 0,66 et 0,07 pour le court terme et au "voisinage" de 1 pour le long terme. R. Gilbert [7] relate des estimations pour le brut de l'ordre de 0,2 à 0,9 pour les Etats Unis. E.S. Amundsen [1] fournit quelques exemples pour les pays de l'O.C.D.E. : Naphta/PGL, 0,197 (CT) et 0,246 (LT) ; Fuel Lourd, 0,109 (CT) et 0,605 (LT). En vertu de ces calibrages, il est donc acceptable de penser que la place de l'O.P.E.P. sur le marché du brut, du moins pendant la période 60-85, a été un facteur déterminant dans la faiblesse du rythme des

---

<sup>7</sup>La problématique demeure somme toute la même que celle traitée dans cet article.

innovations technologiques de pointes à la tête du puits au Moyen Orient. C'est l'esprit de la proposition 1.i.

## 6 Annexes

### 6.1 Evaluation du surplus social optimal

Soit  $V(c) = \int_0^{\infty} e^{-rt} [u(q_t^s) - cq_t^s] dt$  avec  $S_0 = \int_0^{\infty} q_t^s dt$  et de plus  $\forall t \geq 0, p(q_t^s) = \lambda e^{rt} + c$ . Intégrons  $V(c)$  par parties, il vient :

$$\begin{aligned} V(c) &= -\frac{1}{r} e^{-rt} (u(q_t^s) - cq_t^s) \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{r} \int_0^{\infty} e^{-rt} [p(q_t^s) - c] \frac{dq_t^s}{dt} dt \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{r} (u(q_0^s) - cq_0^s) + \frac{\lambda}{r} \int_0^{\infty} \frac{dq_t^s}{dt} dt \end{aligned}$$

Par changement de variable :

$$\begin{aligned} V(c) &= \frac{1}{r} (u(q_0^s) - cq_0^s) + \frac{\lambda}{r} \int_{q_0^s}^{\infty} dx \\ &= \frac{1}{r} [u(q_0^s) - (c + \lambda)q_0^s] \\ &= \frac{1}{r} (u(q_0^s) - p(q_0^s)q_0^s) \end{aligned}$$

En posant  $v(x) = u(x) - p(x)x$ , on a :  $V(c) = v(q_0^s)/r$ .

### 6.2 Preuve de la proposition 2

Soit  $\forall \tau \in \mathbb{R}_+^*, \Delta \bar{V}_\tau = \int_{\underline{c}}^{\bar{c}} \Delta \omega_\tau dc$ .

i)  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]-\infty, c/(q(p(q) - c))]$ . D'après les lemmes 1 et 2 :

$$\begin{aligned} \Delta \omega_0 &= \Delta \omega > 0 \\ \frac{d\Delta \omega_\tau}{d\tau} &= -e^{-r\tau} \Delta q(\tau) \leq 0, \forall \tau \leq t_1 \end{aligned}$$

De plus toujours d'après le lemme 1,  $\forall \tau \geq t_1, \Delta \omega_\tau < 0$ . Donc  $\Delta \omega_\tau$  est monotone décroissant en  $\tau$  et change de signe entre les dates 0 et  $t_1$ , d'où l'existence d'une valeur  $\tau_1 \in ]0, t_1[$ , telle que  $\Delta \omega_{\tau_1} = 0$ . Ainsi  $\forall \tau \leq \tau_1, \Delta \bar{V}_\tau \geq 0$ .

ii)  $\forall q \geq 0, \eta'(q) = c/(q(p(q) - c))$ . D'après le lemme 1,  $\forall \tau, \Delta \omega_\tau = 0, \Delta \bar{V}_\tau = 0$ .

iii)  $\forall q \geq 0, \eta'(q) \in ]c/(q(p(q) - c)), (\eta(q) - 1)/q]$ . D'après les lemmes 1 et 2 :

$$\begin{aligned} \Delta \omega_0 &= \Delta \omega < 0 \\ \frac{d\Delta \omega_\tau}{d\tau} &= -e^{-r\tau} \Delta q(\tau) \geq 0, \forall \tau \leq t_2 \end{aligned}$$

De plus  $\Delta \omega_{t_2} > 0$ . Donc  $\Delta \omega_\tau$  est monotone croissant en  $\tau$  et change de signe entre les dates 0 et  $t_2$ , d'où l'existence d'une valeur  $\tau_2 \in ]0, t_2[$ , telle que  $\Delta \omega_{\tau_2} = 0$ . Ainsi  $\forall \tau \geq \tau_2, \Delta \bar{V}_\tau \leq 0$ .

## Références

- [1] AMUNDSEN E.S. (1992) *Théorie des Ressources Epuisables et Rente Pétrolière*. Economica, Paris
- [2] ARROW K. (1962) "Economic welfare and the allocation of resources for invention" in *The Rate and Direction of Inventive Activity*, Princeton U.P., 1962, p : 609-626.
- [3] BAZART T. (1989) "Time Consistency and Robustness of Equilibria in Non-Cooperative Dynamic Games" in *Dynamic Policy Games in Economics*, F. van der PLOEG, A. de ZEEUW (Eds), Elsevier.
- [4] DASGUPTA P., GILBERT R., STIGLITZ J.E. (1983) "Strategic considerations in Invention and Innovation : the case of Natural Resources" *Econometrica*, vol. 51(5), p : 1439-1448.
- [5] DASGUPTA P., STIGLITZ J.E. (1982) "Market Structure and Resource Depletion : a Contribution to the Theory of Intertemporal Monopolistic Competition" *Journal of Economic Theory*, vol. 28, p : 128-164.
- [6] FORAY D.,LEBAS C. (1991) "Economie de la Recherche Industrielle" in R. ARENA *et al. Traité d'Economie Industrielle*, Economica, Paris.
- [7] GILBERT R. (1978) "Dominant Firm Pricing Policy in a Market of an Exhaustible Resource ". *Bell Journal of Economics*, vol. 9(2), p : 385-395.
- [8] GILBERT R., NEWBERY D. (1982) "Preemptive Patenting and the Persistence of Monopoly ". *American Economic Review*, vol. 72(3), p : 514-526.
- [9] GIROD J. (1977) *La Demande d'Energie. Méthodes et Techniques de Modélisation*. Energie et Société, CNRS
- [10] HARRIS C., VICKERS J. (1995) "Innovation and Natural Resources : a dynamic game with uncertainty" *Rand Journal of Economics*, vol. 26(3), p : 418-430.
- [11] HOEL M. (1978) "Resource Extraction, Substitute Production and Monopoly" *Journal of Economic Theory*, vol. 19(1), p : 28-37.
- [12] HOEL M. (1983) "Monopoly Resource Extraction under the presence of Predetermined Substitute Production" *Journal of Economic Theory*, vol. 30(1), p : 201-212
- [13] HOTELLING H. (1931) "The Economics of Exhaustible Resources" *Journal of Political Economy*, vol. 39(2), p : 137-175
- [14] HUNG N.M. (1978) "Over-Conservation of Natural Resource Under Monopoly" miméo.
- [15] HUNG N.M., QUYEN N.V. (1993) *Dynamic Timing Decisions Under Uncertainty : Essays on Invention, Innovation and Exploration in Resources Economics*. vol. 406. Coll. Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [16] LOURY G. (1978) "The Optimal Exploitation of an Unknown Reserve" *Review of Economic Studies*, vol. 45, p : 621-636.
- [17] REINGANUM J.F. (1983) "Uncertain Innovation and the Persistence of Monopoly" *American Economic Review*, vol. 73(4), p : 741-748

- [18] POUDOU J.-C. (1997) "Impacts des activités de R&D, d'Invention et d'Innovation des producteurs de pétrole sur les prix de la ressource", Chap. 2, p. 65-109, in *Energie et théorie économique, à propos de quelques débats contemporains*, sous la direction de J. PERCEBOIS, Ed. Cujas, 1997.
- [19] POUDOU J.-C. (1998) "R&D et innovations technologiques au sein d'un marché monopolistique d'une ressource non renouvelable", *Economies et Sociétés*, série W n°4 (7/8), p : 5-40.
- [20] ROTILLON G. (1981) *Gestion Optimale des Ressources Epuisables avec ou sans Renouvellement*, Thèse de Doctorat, U. Panthéon Sorbonne.
- [21] STIGLITZ J. E. (1976) "Monopoly and the rate of extraction of Exhaustible Resources" *American Economic Review*, vol. 66, p : 655-661.
- [22] SWEENEY J.L. (1977) "Economics of Depletable Resources : Market Forces and Intertemporal Bias" *Review of Economic Studies*, vol. 44(216), p : 205-221
- [23] SWEENEY J.L (1993) "Economic Theory of Depletable Resources : an Introduction" in SWEENEY J.L. & A.V. KNEESE , *Handbook of Natural Resources & Energy Economics*, chap.17, vol.III. Eds. Elsevier Science Publishers B.V., 1993.
- [24] TIROLE J. (1995) *Théorie de l'Organisation Industrielle*, Economica, Paris. (vol. II).
- [25] TEECE D.J., SUNDING D., MOSAKOWSKI E. (1993) "Natural Resources Cartels" in SWEENEY J.L. & A.V. KNEESE , *Handbook of Natural Resources & Energy Economics*, chap.24, vol.III. Eds. Elsevier Science Publishers B.V., 1993.
- [26] ZECKHAUSER R.J., WEINSTEIN M.C. (1975) "Optimal Consumption of Depletable Resources" *Quarterly Journal of Economics*, vol. 89(3), p : 371-392.